Dekomposisi Genetik tentang Hambatan Mahasiswa dalam Menerapkan Sifat-sifat Turunan

Wahyu Widada[1], Dewi Herawaty[2]

[1,2]Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Bengkulu
Email: *w.widada@unib.ac.id*[1], *dherawaty@unib.ac.id*[2]

***Abstract**. Limit was to basic concept of derivative. The results of previous research found that learners have obstacles in understanding the limit function, consequently, the occurrence of difficulties and mistakes learners understand the concept and derived principles. This study aims to determine the obstacles of learners in applying derived properties. The approach of this research is qualitative by applying task-based interview with subject of 10 students selected by certain condition from 70 students in Mathematics Education Study Program of University of Bengkulu. The researcher is the main instrument in this research which is guided by the interview sheet and duty sheet. Data analysis was performed by genetic decomposition analysis. The results of this study indicate that the barriers of learners in applying analytic concepts and properties analytically include, the tangent line almost parallel to the y-axis, the break point (cusp) at x = -4, the second derivative, the extreme point, the emergence of contradictions, asymptotes flat, and do not understand conceptually. To overcome the obstacles of learners in understanding the concept and the nature of derivatives and its application, it is suggested to apply the mathematics learning model based on the extended triad++.*

***Keywords**: obstacles, genetic decomposition, derivative properties*

Pendahuluan

Kalkulus merupakan salah satu materi yang sulit bagi sebagian mahasiswa, sedemikian hingga mereka mengalami kesalahan konsep dan prinsip dalam kalkulus. Salah satu yang membuat mahasiswa mengalami kesalahan konsep dan prinsip kalkulus adalah limit fungsi (Widada, 2006a). Pada konsep limit dari f(x) untuk x mendekati a, terdapat anteseden bahwa $0<|x-a|<\partial$. Hasil penelitian Widada (2006a) ditemukan peserta didik yang berpendapat bahwa ”lebih dari 0 tidak perlu karena nilai mutlak”, untuk dari x-a sudah cukup (pasti sudah lebih dari 0). Hal ini merupakan kesalahan konsep. Tanda ”>” bukan sekedar mengisyaratkan bahwa x-a lebih dari 0, akan tetapi lebih dari itu, yakni $x\neq 0$. Namun, penelitian sebelumnya Widada (2001) menemukan suatu skema tentang gradien garis singgung kurva yang dimiliki oleh seorang subjek M, seperti terlihat pada cuplikan interwiew berikut.

M	:	*Limit dari h’(x) untuk x mendekati nol adalah tak hingga, menunjukkan bahwa gradien garis singgung kurva di titik nol menuju takhingga, yang berarti kurvanya sangat curam. .... karena h kontinu, dan h(0) = 2, maka sketsa grafik melalui (0,2) dan curam ke kanan di sekitar x=0.*
P	:	*Mengapa curam ke kanan?*
M	:	*…Grafik naik ke kanan, karena…h’(x) positif pada -2<x<3 dan cekung ke atas pada –2<x <0 karena h”(x) juga positif dan cekung ke bawah pada 0<x<5 karena h”(x) negatif.*

Berdasarkan cuplikan di atas, dapat dikatakan bahwa seorang subjek (M) menunjukkan suatu tingkah laku *skema* tentang slope dengan mengaitkan sifat fungsi untuk turunan pertama dan turunan kedua yang dikoordinasikan dengan interval-interval yang berdekatan ataupun *overlap*. Akibat kesalahan konsep limit fungsi adalah terjadinya hambatan memahami konsep dan prinsip turunan.

Widada (2001, 2002a, 2003) menyatakan bahwa konsepsi mahasiswa tentang limit fungsi adalah bahwa tingkat analisis peserta didik dalam melakukan interkoneksitas antar skema nilai mutlak dan inti konsep limit itu sendiri belum terjadi *integrated sequence*. Sehingga untuk mencapai *mature schema* dibutuhkan proses kognitif berupa *keterpaduan recognizing, building-with,* dan *constructing*. Apabila proses ini tercapai, maka sistem pemrosesan informasi (*short-term memory* atau *working memory*) akan melakukan tugas berupa *encoding* menjadi *mature schema tentang konsep limit fungsi* yang disimpan dalam suatu *neuron* di *long-term memory*. *Mature schema* yang tersimpan merupakan kompetensi dasar utama yang dapat men-*trigger* komponen kompetensi yang lain untuk dapat beroperasi menjadi *performa* yang bermakna.

Peserta didik merupakan pemroses informasi yang aktif, sehingga peserta didik mampu merepresentasikan setiap informasi sesuai dengan tingkat pengetahuan yang dimiliki, dan menjadikannya sebagai suatu struktur representasi pengetahuan berupa *frame*, atau berupa *skema*, atau berupa *script* yang disimpannya dalam memori (Beddely, 1998; Davis & Tall, 1999; Hunt & Ellis, 1999; Solso, 1995; Dubinsky& Lewin, 1986; Dubinsky 1987, 1989, 1995, 2000; Dubinsky & McDonald, 2000; Dubinsky & Yiparaki, 2001; DeVries, 2000).

Struktur Representasi Pengetahuan (SRP) merupakan suatu jaringan perkembangan kognitif tentang fakta, konsi sesuatu atau keadaan yang timbul dari suatu pengalaman. Struktur tersebut merupakan skema, frame, atau *scripts* (Piaget & Garcia, 1989; Baker, *et. al.*, 2000). Hasil-hasil penelitian Widada (2001, 2002a-e, 2003, 2004, 2005, 2006b) secara konsisten ditemukan bahwa terdapat level baru pada pelevelan struktur skema (*triad*) peserta didik dalam mempelajari matematika, level tersebut adalah level semiinter, dan level semitrans. Bila ditinjau penelitian sebelumnya, Widada (2001) menyatakan bahwa skema peserta didik dalam mempelajari Grafik Fungsi dan Deret Tak hingga berada pada tiga tingkatan yang herarkis dan fungsional. Urutan dari level-level tersebut adalah level intra sebagai level terendah (level 0), level inter sebagai level menengah (level 1), dan level trans sebagai level tertinggi (level 2). Widada (2002) mengembangkan model interaksi skema (skema *double triad*) peserta didik dalam mempelajari matematika. Namun model interaksi skema *double triad* tidak bersifat herarkis dan fungsional, untuk itu Widada (2003) meneliti tentang Interaksi Skema Model Baru. Terdapat lima level dalam interaksi *skema* model baru. Lima level tersebut terurut secara tetap, level intra sebagai level 0, level semiinter sebagai level 1, level inter sebagai level 2, level semitrans sebagai level 3, dan level trans sebagai level 4. Melalui proses penelitian pengembangan tentang skema peserta didik dalam mempelajari matematika dihasilkan Level 0 (level intra), Level 1 (level semi-inter), Level 2 (level inter), Level 3 (level semi-trans), dan Level 4 (level trans). Selanjutnya pelevelan ini dinamai dengan **Level Triad+** (Widada, W., 2007). Berdasarkan pengembangan teori dan model pembelajaran matematika berbasis **Level Triad++** diperoleh tambahan level baru yaitu level pra-intra (Widada, W., 2009), karakteristik struktur representasi Pengetahuan berupa ***Extended*** **Triad Level++** (Widada, W., 2010; 2015). Pada penelitian tersebut ditemukan model struktur representasi di luar karakter ***Extended*** **Level Triad++**, salah satunya ada peserta didik level intra mampu melakukan abstraksi sampai pada level simbolik.

Penelitian-penelitian di atas, menekankan stuktur kognitif peserta didik dalam memahami matematika, yang mengacu kepada berbagai acuan tentang teori kognitif.Hasil penelitian Widada & Herawaty (2016) dtemukan bahwa terdapat tujuh model dekomposisi genetik peserta didik pendidikan matematika ditinjau berdasarkan Model SRP tentang Konsep-konsep Sistem Bilangan Real yaitu Level Pra-Intra, Level intra, Level semi-inter, Level inter, Level semi-trans, Level Trans, dan Level *Extended*-Trans; 2) terdapat enam model dekomposisi genetik peserta didik pendidikan matematika ditinjau berdasarkan KA tentang Konsep-konsep Analisis Real yaitu Level 0:Objek-objek Konkret; Level: Model-model Semi-konkret; Level 2: Model-model Teoretik; Level 3: Bahasa dalam Domain Contoh; Level 4: Bahasa Matematika; Level 5: Model Inferensi; 3) terdapat tujuh model dekomposisi genetik peserta didik pendidikan matematika ditinjau berdasarkan Model SRP tentang Konsep-konsep. Analisis Real yaitu Level Dasar (Level Pra-Intra dengan objek konkret), Level 0 (Level intra dengan objek konkret),Level (Level semi-inter dengan Model Semi-Konkret), Level 2 (Level inter dengan model teoritis), Level 3 (Levelsemi-trans dengan Bahasa dalam Contoh Domain), Level 4 (Level Trans dengan Bahasa Matematika), dan Level 5 (Level *Extended*-Trans dengan Model Inferensi).

Analisis dekomposisi genetik sebagai operasionalisasi dari teori APOS (*Action, Processes, Object, and Schema*). Seperti diungkapkan oleh Dubinsky (2000) bahwa teori APOS adalah suatu teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika, yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari *aksi*, *proses*, *objek*, dan *skema*. Dalam beberapa literatur diungkapkan bahwa ***skema*** yang matang dari suatu penggalan matematika adalah suatu sistem yang koheren dari *aksi*, *proses*, *objek*, dan *skema* lain yang telah dibangun sebelumnya, yang dikoordinasikan serta disintesis oleh individu dalam bentuk struktur yang digunakan untuk menghadapi situasi permasalahan tertentu (Dubinsky, 1987, 1989, 1995, 2000; Dubinsky & McDonald, 2000; Dubinsky & Yiparaki, 2001; DeVries, 2000). Penggalan matematika tertentu dalam hal ini mengandung makna lebih luas dari objek-objek matematika (seperti fakta, konsep, prinsip, dan aturan) tetapi termasuk didalamnya konsepsi seseorang tentang objek-objek matematika, serta penggalan lain yang terkait dengan pemecahan masalah.

Dubinsky (2000) menguraikan dekomposisi genetik tentang konsep koset dalam istilah *aksi*, *proses*, *objek*, dan *skema*. Konsepsi tentang *koset* bersama dengan sifat-sifat yang dipahami individu akan diorganisasikan pada suatu *skema* tentang *koset*. Suatu sistem dari *aksi*, *proses*, *objek* dan *skema-skema* lain yang terkait dengan koset, serta koordinasi yang dilakukan individu sebagai wujud pemahamannya tentang *koset*. Sistem ini menjadi sesuatu yang koheren, dalam pengertian bahwa individu akan mempunyai makna (baik eksplisit atau implisit), mungkin definisi formal, dan dapat memecahkan permasalahan tentang apa yang berkaitan dengan konsep *koset*.

Berdasarkan uraian di atas, dekomposisi genetik adalah suatu kumpulan terstruktur dari aktivitas mental yang dilakukan seseorang untuk mendeskripsikan bagaimana konsep/prinsip matematika dapat dikembangkan dalam pikirannya. Analisis dekomposisi genetik adalah analisis terhadap suatu dekomposisi genetik berdasarkan aktivitas aksi, proses, objek, dan skema (APOS) yang dilakukan seseorang dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Dengan menerapkan analisis dekomposisi genetik, Widada (2015) menyatakan bahwa peserta didik berada pada level pra-intra hanya dapat melakukan aksi-aksi dan aksi secara terpisah dan tidak mampu mencapai proses maupun objek. Seorang individu yang masuk pada Level Intra, hanya dapat melakukan aksi-proses atau objek secara terpisah, dan tidak dapat membangun hubungan aksi, proses atau objek tersebut. Peserta didik yang masuk pada Level Semiinter, dapat melakukan aksi, proses, objek, tetapi mereka hanya mengoordinasikan aksi dan proses pada sifat yang sama. Peserta didik yang masuk pada Level Inter, dapat mengonstruksi keterkaitan aksi proses-objek beberapa sifat yang terkait, untuk membentuk suatu premature schema. Namun, dalam pembentukan premature schema tersebut tidak menggunakan skema awal yang telah dimiliki sebelumnya (tidak dilakukan *retrieval of the previous schema*). Peserta didik berada pada Level Semitrans, dapat mengonstruksi keterkaitan aksi proses-objek sehingga terbentuk skema bagian dari skema yang matang (*prematureschema*). Dalam pembentukan premature schema tersebut ada kemungkinan seseorang tersebut menggunakan skema awal (melakukan *retrieval of the previous schema*). Peserta didik Level Trans, dapat membangun keterkaitan antara aksi-aksi, proses-proses, objek-objek, dan skema lain (melakukan *retrieval of the previous schema*), sehingga terbentuk suatu skema yang matang (*mature schema*). Skema tersebut dapat digunakan untuk memecahkan permasalahan yang terkait dengan skema tersebut. Titik (*vertex*) dan karakteristik penting dari kematangan dari skema adalah digunakan untuk memutuskan suatu objek masuk dalam scope skema atau tidak. Seorang individu Level

Extended Trans, selain berada dalam Level Trans, individu tersebut dapat membangun struktur baru berdasarkan skema-skema matang yang telah dimilikinya. Pertanyaan dalam penelitian ini adalah bagaimana hambatan mahasiswa dalam menerapkan sifat-sifat turunan berdasarkan dekomposisi genetik?

Metode Penelitian

Penelitian ini adalah bagian *longterm study* (penelitian pengembangan). Bagian ini menerapkan pendekatan penelitian kualitatif. Teknik pengempulan data melalui *interview* berbasis tugas (*the task-based interview*) (Davis, 1984; Goldin, 1998; Thomas, Mulligan & Goldin, 2002; Tsamir & Dreyfus, 2002; Widada,2010). Instrumen utama dalam penelitian ini pewawancara (peneliti sendiri) dan dipandu oleh instrumen lain berupa lembar tugas tentang permasalahan sifat-sifat turunan, serta pedoman *interview*. Permasalahan I yang termuat dalam lembar tugas adalah "***Sketsalah grafik fungsi g yang memenuhi kondisi berikut: g kontinu;*** $g(0) = 2$, $g'(-2)=g'(3)=0$, ***dan*** $\lim_{x\to 0} g'(x) = \infty$; $g'(x)>0$, ***bila*** $-4<x<-2$ ***dan bila*** $-2<x<3$; $g'(x)<0$, ***bila*** $x<-4$ ***dan bila*** $x>3$; $g''(x)<0$, ***bila*** $x<-4$, ***bila*** $-4<x<-2$, ***dan bila*** $0<x<5$; $g''(x)>0$, ***bila*** $-2<x<0$, ***dan bila*** $x>5$; $\lim_{x\to -\infty} g(x) = \infty$; ***dan*** $\lim_{x\to\infty} g(x) = -2$."

Subjek penelitian ini adalah 10 orang yang dipilih dengan syarat memiliki kesalahan terbanyak dalam mengerjakan lembar tugas dari 70 peserta didik pada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Bengkulu. Setiap tahap pemilihan subjek langsung dilakukan proses pengumpulan data melalui *interview* berbasis tugas, dan langsung dilanjutkan dengan analisis data (berupa analisis dekomposisi genetik). Berdasarkan anlisis data, diketahui level-level *Extended* Triad++ yang terisi dan level-level *Extended* Triad++ yang belum terisi.

Data yang terkumpul dari *interview* berbasis tugas, selanjutnya dilakukan analisis dalam diagram alur prosesur pengumpulan dan analisis data dekomposisi genetik (menerapkan teori perbadingan tetap: Glaser & Strauss, 1967). Dekomposisi genetik adalah suatu kumpulan terstruktur dari aktivitas mental yang dilakukan subjek untuk mendeskripsikan bagaimana konsep/prinsip matematika dapat dikembangkan dalam pikirannya. Analisis dekomposisi genetik dilakukan dengan mendasarkan pada aktivitas Aksi, Proses, Objek, dan Skema (APOS) yang dilakukan subjek dalam menyelesaikan Permasalahan I.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berdasarkan analisis dekomposisi genetik, maka dapat dideskripsikan hambatan-hambatan peserta didik dalam menyelesaikan tugas penerapan konsep dan prinsip turunan. Permasalahan yang harus diselesaikan subjek adalah penerapan konsep dan sifat-sifat turunan untuk mensketsa grafik fungsi. Permasalahan dimaksud adalah mensketsa grafik fungsi dengan tidak menampilkan persamaan fungsinya, tetapi hanya diberikan sekumpulan dari kondisi analitiknya, peserta didik diharapkan dapat mengoordinasikan interval-interval pada domain fungsi dan sifat-sifat dari grafik fungsi yang diberikan (Widada, 2003).

Berdasarkan hasil interview berbasis tugas yang dilakukan kepada sepuluh subjek penelitian, ada subjek yang mengalami hambatan-hambatan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut. Hambatan-hambatan berupa kesulitan atau kesalahan interpresatsi maupun implementasi sifat-sifat analitik yang diberikan. Hambatan tersebut meliputi: garis singgung hampir sejajar sumbu y, titik patah(cusp) dix=-4, turunan kedua, titik ekstrim, munculnya kontradiksi, asimtot datar, dan tidak paham secara konseptual (hasil penelitian ini mendukung Baker, *et.al*, 2000; Widada, 2003). Peserta didik yang mengalami hambatan tersebut mayoritas berada pada level kognitif inter ke bawah, dan level abstraksi model teoretis ke bawah (Widada, 2016a; 2016b).

Garis Singgung Hampir Sejajar Sumbu-y

Terdapat empat subjek yang mengalami kesulitan dalam mendeskripsikan dan mengimplementasikan limit tak hingga dari fungsi turunan pertama di x=0. Subjek-subjek tersebut adalah F, N, R dan Z. Mereka mengabaikan kondisi limit dari h'(x) ini, seperti yang dapat dilihat pada cuplikan-cuplikan wawancara berikut ini:

F1.09	:	*Limit dari h'(x) untuk x mendekati 0 sama dengan tak hingga, ia akan tegak lurus berimpit sumbu y, [namun] ini bertentangan dengan kondisi yang lain, [yaitu] di sini tidak ada turunan kedua yang mendukung.*
P	:	*Anda yakin dengan penyelesaian Anda!*
F1.10	:	*Ya, dengan syarat, saya hanya menggunakan sebagian batasan-batasan yang diberikan dalam permasalah ini, [yaitu] turunan pertama, dan limit fungsi, [sedangkan] turunan kedua dan limit dari h'(x) tidak saya gunakan.*

Dari cuplikan wawancara di atas, F dapat mendeskripsikan kondisi-kondisi limit dari h'(x) dengan tepat, tetapi dia menganggap bahwa kondisi ini bertentangan dengan kondisi h'(x)>0 pada interval -2<x<3, sehingga kondisi tersebut diabaikan. Selanjutnya, berikut ini adalah cuplikan wawancara dengan N.

P	:	*Bagaimana implementasi limit dari h'(x) untuk x mendekat 0 adalah tak hingga pada grafik?*
Nl.19	:	*…. [Diam…… saya tidak tahu… [N tidak mendeskripsikan limit dari h'(x) untuk x mendekati 0 adalah tak hingga]*
P	:	*Bagaimana maksud dari kondisi itu?*
Nl.20	:	*....Hmm ... saya juga tidak tahu ...[N menjawab sambil tersenyum.]*

Dari cuplikan ini, N tidak mendeskripsikan sama sekali kondisi limit dari h'(x) untuk x mendekati a adalah tak hingga, bahkan dia menyatakan tidak tahu maksud dari kondisi tersebut, dan kondisi ini tidak diimplementasikan dalam sketsa grafik yang digambar. Namun ada subjek yang mengetahui maksud kondisi limit dari h'(x) untuk x mendekati 0 adalah tak hingga, tetapi hanya sekedar ingat, sebab dia tidak dapat mengimplementasikan pada gambar grafik fungsi h. Subjek tersebut adalah R. Hal ini dapat dilihat dari cuplikan wawancara dengan R berikut ini.

P	:	*Oke! Coba perhatikan, pada permasalahan diberikan kondisi limit dari h'(x) untuk x mendekati 0 adalah tak hingga, apa maksudnya?*
Rl.08	:	*Turunannya [garis singgungnya] sejajar sumbu y.*
P	:	*Bagaimana implementasinya?*
R1.09	:	*[……Diam ….] [R hanya menggambar garis sejajar sumbu y, bukan sketsa grafik yang dimaksud, dan R membenahi yang lainnya sekitar 3 menit.]*

Selain itu, ada subjek yang tidak mengetahui apa pengaruh dari kondisi itu dalam mensketsa grafik fungsi h. Subjek tersebut adalah Z, seperti cuplikan wawancara dengan Z berikut ini:

P	:	*Mengapa yang lainnya tidak dipakai?*
Zl.06	:	*[...Diam...] karena dari beberapa syarat yang lainnya tidak memenuhi r...*
P	:	*Bagaimana dengan limit dari h'(x)untuk x mendekati 0 adalah tak hingga?*
Zl.07	:	*...saya rasa tidak perlu digunakan,....*
P		*Apakah syarat-syarat yang Anda ambil sudah cukup untuk m enggambar grafik fungsi h?*
Zl.08		*....Menurut saya ...seperti ini cukup!*

Dengan demikian dari uraian di atas, ditemukan bahwa ada subjek yang kesulitan mendeskripsikan dan mengimplementasikan limit tak hingga dari h'(x) untuk x mendekati 0. Ada juga subjek kesulitan mengoordinasikan kondisi-kondisi yang diberikan di sekitar x=0, sehingga kondisi tersebut diabaikan. Bila diklasifikasikan, maka ada empat kategori yang berbeda. Empat kategori tersebut adalah, *pertama* ada subjek yang dapat mendeskripsikan dengan tepat tetapi tidak diimplementasikan karena bertentangan dengan kondisi yang lain. Kategori *kedua,* ada subjek yang dapat mendeskripsikan tetapi tidak dapat menerapkan pada sketsa grafik. Kategori *ketiga,* ada subjek yang tidak mendeskripsikan sama sekali dan tidak mengetahui apa pengaruh dari kondisi tersebut. Selain itu, ada subjek yang menyimpulkan bahwa pada x=0 merupakan asimtot tegak, hal ini ditemukan oleh Baker, *et al*. (2000) dan dalam survey awal (Widada, 2001a), sehingga kategori yang *keempat*, yaitu ada subjek yang menyatakan bahwa x=0 adalah asimtot datar.

Titik Patah *(Cusp)*

Suatu titik c merupakan *cusp* dari suatu fungsi h, bila titik c merupakan titik temu dua kurva yang sama (seperti, kurva turun dan cekung ke bawah pada x<c, dan kurva naik juga cekung ke bawah). Pada permasalahan sketsa grafik fungsi nonrutin di x=-d merupakan *cusp*

(titik patah) sebab pada $x<-4$ grafik turun dan cekung ke bawah, dan pada $-4<x<-2$ grafik naik dan juga cekung ke bawah. Berdasarkan interview berbasis tugas mensketsa grafik fungsi nonrutin, ternyata ada subjek yang mensketsa grafik di $x=-4$ sebagai titik balik minimum dan bukan sebagai *cusp.* Subjek-subjek tersebut adalah F, K, M, danY. Sedangkan R mendeskripsikannya tetapi tidak dapat menerapkan pada sketsa grafik. Untuk itu, ikuti cuplikan-cuplikan wawancara berikut ini.

P : *Selanjutnya ada titik lembah [minimum] pada interval $-2<x<0$, dan $x>r$; [Namun] grafik tidak akan menyentuh $y=-2$, sehingga titik $(-4,b)$ tidak menyentuh garis $y=-2$. [Sketsa grafik yang dibuat F berupa kurva mulus yang selalu di atas garis $y=-2$, sehingga pada $x=-4$ di sketsa sebagai titik balik minimum $(-4,b)$, F menebalkan garis $y=-2$ pada lembar kerjanya. F melukis bahwa seluruh sketsa grafik fungsi h di atas garis $y=-2$]*

Selain F, ternyata K, dan M juga mensketsa grafik di $x=-4$ dengan titik balik minimum, hal ini dapat dilihat dari cuplikan-cuplikan wawancara dengan K dan M berikut ini.

P : *Dan bagaimana dengan kondisi di sekitar $x=-4$ sendiri?*
Kl.l0 : *Grafik tidak pernah menyentuh sumbu x, hanya mendekati. [K memperlihatkan sketsanya di sekitar $x=-4$, dengan titik balik $(-4, h(-4))$ sedikit di atas sumbu x.]*
P : *Mengapa?*
Kl.11 : *... Karena intervalny terbuka, ...pada batasan permasalahan tidak ada turunan yang menyatakan di titik $x=-4$....*
P *Oke...sekarang bagaimana kondisi di sekitar $x=-4$?*
Ml.09 *[...Diam...] Grafik tidak memolong garis $y=-2$ ... [di $x=-4$, M mensketsa sebagai titik balik minimum.]*

Subjek Y, selain mensketsa di $x=-4$ sebagai titik balik minimun, juga mensketsa titik balik minimum tersebut (-4,0). Seperti dapat dilihat dari cuplikan wawancara berikut ini.

P : *...Bagaimana kondisi grafik di sekitar titik $x=-4$?*
Y1.11 : *Naik keatas [kanan], dan mungkin perlu ada kondisi titik lain, namun... [di $x=-4$] seperti ini ... [Y menunjuk sketsa grafik h memotong sumbu x di (-4,0).]*

Untuk menyimpulkan bahwa titik $x=-4$, adalah *cusp,* subjek-subjek tersebut seharusnya mengoordinasikan kondisi kekontinuan, turunan pertama dan turunan kedua pada interval-interval di sekitar $x=-4$, yaitu tentang kecekungan dan grafik naik turun. Namun hal ini tidak dilakukan oleh R, sebagaimana terlihat dalam cuplikan wawancara berikut ini.

R1.06 : *$h'(x) <0$ untuk $x<-4$ dan $x>3$, berarti grafiknya turun kekanan. [R menebalkan sketsa yang telah buatnya]*
P : *Oke !*
R1.07 : *Kemudian $h''(x) <0$, bila $x <-4$ dan $-4 <x <-2$, dan $0<x<5$ grafiknya menghadap ke bawah [cekung ke bawah], sedangkan, $h''(x)<0$ bila $-2<x<0$ dan $x>5$ maka grafiknya menghadap ke atas [cekung ke atas]. [R mensketsa kurva baru berbeda dengan kurva sebelumnya, sehingga untuk interval $-4<x<5$ di sketsa cekung ke atas. Ini berarti sketsa grafik berupa kurva dobel (ganda) untuk interval yang sama.]*

Dari cuplikan wawancara dengan R di atas, R mendeskripsikan kondisi turunan pertama dan kedua turunan pertama dan kedua untuk x<-4, namun deskripsi tidak diterapkan dengan benar pada sketsa grafik. Sebab R justru mensketsa kurva ganda pada interval yang sama. Dengan demikian dari uraian di atas, hambatan tentang *cusp* dapat digolongkan menjadi dua, yaitu membuatnya sebagai titik balik minimum, dan mendeskripsikan kondisi di sekitar x=-4, tetapi tidak diimplementasikan.

Memunculkan suatu Kontradiksi

Ada subjek yang menyimpulkan bahwa antar kondisi yang diberikan dalam permasalahan sketsa gratlk fungsi terjadi kontradiksi. Seperti kontradiksi yang terjadi pada suatu interval, antara kondisi turunan kedua dengan turunan pertama, dan antara turunan kedua dengan limit dari fungsi turunan pertama. Subjek-subjek yang mengalami demikian adalah F dan M. Perhatikan cuplikan-cuplikan wawancara berikut ini:

Fl.04 : *Kemudian h'(x)>0 bila -4<x<-2 dan bila -2<x<3, berarti waktu -4<x<-2 dan -2<x<3 grafik tersebut naik. h'(x)<0, bila x<-4 dan bila x>3, berarti grafik turun. Disini menurut saya ada kerancuan [kontradiksi] dimana pada waktu h'(x)>0 bila -4<x<-2 grafik naik, sedangkan turunan kedua h"(x)<0 bila -4<x<-2, mengalami titik maksimum, yang terletak pada interval -4<x<-2 [pada waktu h naik, disitu juga h memilik ititik maksimum, seharusnya pada interval itu tidak ada titik maksimum].*

F1.09 : *Limit dari h'(x) untuk x mendckati 0 sama dengan tak hingga, ia akan tegak lurus berimpit sumbu y, [namun] ini bertentangan dengan kondisi yang lain, [yaitu] disini tidak ada turunan kedua yang m endukung. [Sedangkan] h'(x)>0 bila -4<x<-2 dan bila -2<x<3, yang berarti mengalami kenaikan, dan tidak ada disitu yang m enyatakan mengalami pembelokan.*

F menyatakan bahwa antara kondisi h'(x) dan h"(x) pada interval -4<x<-2 terjadi kontradiksi. F kesulitan dalam mendeskripsikan bahwa pada Interval -4<x<-2 grafik naik dan cekung ke bawah, dia menganggap bahwa pada interval itu "**memiliki titik maksimum, seharusnya pada interval itu tidak ada titik maksimum**". Selain itu, F juga menyatakan ada kontradiksi antara kondisi turunan pertama pada interval -2<x<3 dengan kondisi limit dari fungsi turunan pertama untuk x mendekati 0. Sebab menurut F pada interval pada interval 2<x<3 "tidak ada turunan kedua yang mendukung, "dan "h'(x)>0 bila -4<x<-2 dan bila 2<x<3, yang berarti mengalami kenaikan, dan tidak ada di situ yang menyatakan mengalami pembelokan. "Padahal pada interval -2<x<3, berdasarkan kondisi limit fungsi turunan pertama di x=0, grafik haruslah naik, membelok cekung ke atas hampir berimpit dengan sumbu y, dan memotong sumbu y di (0,2), kemudian naik terus hampir berimpit dengan sumbu y dan cekung ke bawah sampai di x=3.

Hal yang sama ditunjukkan oleh M, bahwa antara turunan kedua dan turunan pertama bertentangan pada suatu interval, dan ada pertantangan antara turunan kedua dengan limit fungsi turunan pertama. Hal ini dapat dilihat pada cuplikan wawancara dengan M berikut ini.

M1.03 : *....... Pada interval (-∞, -4) [kurva] turun, sedangkan turunan kedua kurang dari nol berarti cekung ke atas, mempunyai nilai maksimum, ... jadi bertentangan......*

M1.05 : *........Kemudian, pada limit dari h'(x) untuk x mendekati nol sama dengan tak hingga seolah-olah grafiknya pada selang (-2,3) sejajar sumbu y tetapi tidak menyentuh, hanya mendekati sumbu y. Namun hal ini bertentangan dengan turunan kedua pada -2<x<3, grafiknya turun...*

Dari cuplikan wawancara di atas, M menyatakan bahwa antara turunan kedua dan turunan pertama bertentangan pada interval x<-4, dan M juga menyatakan ada pertentangan antara turunan kedua dengan limit fungsi turunan pertama untuk x mendekati 0, namun berbeda dengan F, mengimplementasikan limit fungsi turunan pertama untuk x mendekati 0, dengan mengabaikan kondisi turunan kedua. Dengan demikian, munculnya kontradiksi yang terjadi antara kondisi yang satu dengan yang lainnya, disebabkan oleh, (a) kesulitan mendeskripsikan grafik naik dan cekung ke bawah, (b) sulit mendeskripsikan koordinasi antara kecekungan dengan garis singgung grafik hampir sejajar sumbu y.

Turunan Kedua

Berdasarkan interview berbasis tugas, terungkap bahwa ada subjek yang mengalami kesutitan mendeskripsikan dan menerapkan kondisi turunan kedua, sehingga mengabaikan kondisi ini. Subjek-subjek tersebut antara lain adalah F dan M. Seperti yang telah dilihat pada cuplikan-cuplikan wawancara sebelumnya. Namun untuk lebih jelasnya perhatikan cuplikan wawancara dengan F dan M berikut ini:

F1. 10 : *................., Saya hanya menggunakan sebagian batasan-batasan yang diberikan dalam permasalah ini, yaitu turunan pertama, dan limit fungsi, sedangkan turunan kedua dan limit dari h'(x) tidak hanya digunakan.*

P : *Oke! Apa yang dapat Anda simpulkan?*

M1.04 : *Saya mengabaikan turunan kedua.*

Dari cuplikan ini, F dan mengabaikan kondisi turunan kedua, hal ini disebabkan F mendapatkan adanya kontradiksi dengan kondisi yang lain, seperti telah diungkapkan di atas (Lihat F1.04, dan M1.05 pada kategori, memunculkan suatu kontradiksi). Subjek yang mengabaikan kondisi turunan kedua, memperlihatkan suatu kekurangan dalam pengembangan skema tentang sifat fungsi.

Titik ekstrim

Dari hasil interview, ternyata ada subjek yang membuat titik balik maksimum di x=-2, yang seharusnya di titik tersebut merupakan titik belok. Subjek tersebut adalah U dan Y. Untuk lebih jelasnya perhatikan cuplikan-cuplikan wawancara berikut ini:

UI.04	:	*Kemudian pada saat -2<x<3 grafiknya juga naik ke atas [kekanan][karena pada interval itu h'(xp-O], Selanjutnya h'(-2)=h'(3)=O sehingga pada titik-titik ini menjadi [merupakan] titik kritis.[U memperlihatkan titik kritis pada sketsa grafik h seperti yang dimaksud pada UI.04.]*
P	:	*Mengapa titik kritis?*
UI.OS	:	*.....titik maksimumkedua-duanya!..*
P	:	*Oke! Bagaimana kondisi d i sekitar titik x=-2?*
Yl.12	:	*[Titik balik]kemudian naik ke atas, karena ada syarat h(0)=2 dan h fungsi kontinu, maka akan disambungkan ke atas. [Y memperlihatkan sketsa grafik seperti ungkapan Yl.12, dengan mensketsa titik balik maksimum di x=-2.]*

Berdasarkan cuplikan-cuplikan di atas, U dan Y sama-sama menyatakan bahwa di x=-2 merupakan titik balik maksimum. Hal ini diakibatkan kurangnya koordinasi antara sifat-sifat fungsi di sekitar x=-2, yaitu untuk -4<x<-2, h'()>0 dan h''(x)<0 yang berarti grafik pada interval itu naik dan cekung ke bawah, dan h'(-2)=0 yang berarti di x=-2 merupakan titik ekstrim, berupa titik belok bila dikoordinasikan dengan sifat fungsi pada interval -2<x<0. yaitu h'(x)>0, dan h''(x)>0 (berarti grafik pada interval -2<x<0 naik dan cekung ke bawah). Selain itu, ada subjek yang berpikiran lain, yaitu membuat grafik pada interval -4<x<0 naik terus tanpa ada pembelokan di titik x=-2. Subjek tersebut adalah F. Seperti yang diungkapkan pada cuplikan wawancara berikut ini.

Fl.09	:	*Limit darih'(x) untuk x mendekati 0 sama dengan tak hingga, ia akan tegak lurus berimpit sumbu y,[namun]ini bertentangan dengan kondisi yang lain,[yaitu]di sini tidak ada turunan kedua yang mendukung. [Sedangkan h'(x)>0 bila -4<x<-2 dan bila -2<x<3, yang berarti mengalami kenaikan,dan tidak ada di situ yang menvatakan mengalami pembelokan.*

Berdasarkan cuplikan wawancara dengan F ini, terlihat bahwa mulai dari-4 sampai dengan 3, F menyatakan grafik fungsi naik dan tidak ada titik belok.Hal ini akibat dari kontradiksi yang dia temukan, sehingga kondisi turunan kedua diabaikan. Dengan mengabaikan turunan kedua, berarti F mengabaikan kecekungan grafik pada interval itu. Selain itu, kesalahan ini juga diakibatkan oleh tidak adanya koordinasi dengan h'(-2)=0, sehingga F tidak sadar bahwa pada titik x=-2 merupakan titik ekstrim.

Dengan demikian, kesalahan di atas dapat dibedakan dalam dua kategori yaitu, *pertama*, membuat titik ekstrim yang berbeda dengan yang seharusnya, dan *kedua* tidak membuat titik ekstrim apapun,yang seharusnya titik belok. Kedua kategori ini memperlihatkan adanya kekurangan koordinasi antara interval-interval yang berdekatan dan yang *overlap* di sekitar x=-2, dengan sifat-sifat fungsi (kecekungan, grafik naik turun, dan gradien garis singgung kurva) (Baker, *et.al*, 2000; Widada, 2003).

Asimtot Datar

Dalam wawancara berbasis tugas tersebut juga ditemukan subjek yang mengabaikan sifat fungsi tentang asimtot datar, subjek tersebut adalah N. Untuk lebih jelasnya perhatikan cuplikan wawancara dengan N berikut ini.

P	:	*Oke!... Oke!... pada lembar kerja Anda tuliskan bahwa untuk x>5 ada limit dari h(x) untuk x menuju tak hingga sama dengan -2, bagaimana implementasinya?*
Nl.21	:	*... saya tidak menggambar dari data itu,...saya rasa cukup merupakan dua data sebelumnya, yaitu grafik turun dan cekung ke atas, seperti ini...[N mensketsa pada x>5 dengan turun dan cekung ke atas, dan mencoret sketsa yang lama.]*

Cuplikan wawancara di atas terlihat bahwa N hanya memperhatikan kondisi turunan pertama dan turunan kedua dengan mengabaikan kondisi limit dari h(x) untuk x menuju tak hingga sama dengan -2. Seperti yang diungkapkan bahwa, "...saya tidak menggambar dari data itu,...saya rasa cukup menerapkan dua data sebelumnya, yaitu grafik turun dan cekung keatas, seperti ini...". Padahal seharusnya pada interval x>5 harus dikoordinasikan h'(x)<0, h''(x)>0, dan limit dari h(x) untuk x menuju tak hingga sama dengan -2, sehingga sketsa grafik yang terbentuk turun cekung ke atas,dan y=-2 sebagai asimtot datar. Temuan di atas, mendukung penelitian sebelumnya (Baker, *et.al*, 2000; dan Widada, 2003) bahwa subjek yang mengabaikan kondisi limit dari h(x) untuk x menuju tak hingga sama dengan -2, dan hanya memperhatikan kondisi sifat fungsi yang lain sehingga pada interval tersebut sketsa yang diperoleh salah.

Tidak Paham secara Konseptual

Subjek dikatakan tidak memiliki pemahaman secara konseptual bila dalam menyelesaikan masalah tidak memanfaatkan konsep-konsep yang telah dipelajari tanpa alasan yang logis, atau memanfaatkan beberapa konsep yang terkait tetapi gagal dalam implementasinya, atau terjadi miskonsepsi dan kesalahan deskripsi tentang konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian masalah yang diberikan.

Berdasarkan hasil interview berbasis tugas, maka ada dua subjek yang *tidak memiliki pemahaman secara konseptual*. Subjek tersebut adalah R dan Z. R tidak memanfaatkan konsep-konsep yang telah dipelajari, terutama konsep grafik fungsi. Perhatikan cuplikan wawancara sebagian kesalahan yang dibuat R,berikut ini.

Rl.05	:	*Pada interval -4<x<2 grafiknya naik ke kanan.*
P	:	*Hmm ...*
Rl.06	:	*h'(x)<0, untuk x<-4 dan x>3, berarti grafiknya turun ke kanan.[R menebalkan sketsa yang telah buat untuk Rl.06.]*
P	:	*Oke!*
R1.07	:	*Kemudian h''(x)<0, bila x<-4 dan -4<x<-2, dan 0<x<5 grafiknya menghadap ke bawah [cekung ke bawah], sedangkan, h''(x)<0 bila*

-2<x<0 dan x>5 maka grafiknya menghadap ke atas [cekung ke atas]. [R mensketsa kurva baru berbeda dengan kurva sebelumnya, sehingga untuk interval -4<x<5 disketsa cekung ke atas. Ini berarti sketsa grafik berupa kurva dobel (ganda) untuk interval yang sama.]

Dari cuplikan di atas, maka setiap interval tertentu yang diberikan pada masalah dideskripsikan satu-per-satu sifat fungsi yang ada, dan setiap kali mendeskripsikan sifat fungsi tersebut R mensketsa grafik sesuai dengan deskripsinya. Berdasarkan deskripsi ini, maka diperoleh sketsa grafik dobel (ganda) pada interval yang sama. Ini memperlihatkan bahwa R tidak memanfaatkan konsep fungsi yang seharusnya tidak menjadi masalah bagi R. R tidak sadar bahwa sketsa yang dibuat menyalahi sifat fungsi itu sendiri.

Selain R, Z lebih banyak tidak memanfaatkan konsep-konsep yang telah dipelajari, dan konsep-konsep tersebut terkait dengan masalah yang harus diselesaikan. Perhatikan cuplikan wawancara dengan Z berikut ini.

Zl.02	:	*Grafik ini... saya dapatkan berdasarkan beberapa syarat yang tercantum dalam masalah, yang pertama h(0)=2 maka otomatis ...melalui (0, 2),seperti ini...h'(x)>0, untuk -4<x<-2 maka saya ke -3, di sini. [Z memperlihatkan titik (0,2)dan sketsa grafik seperti yang diungkapkan Z1.02.]*
P	:	*Dari mana -3 diperoleh?*
Zl.03	:	*... Dari ini -4<x<-2, nilainya khan -3, ...-3 itu lebih besar dari -4 dan lebih kecil dari -2.*
Zl.04	:	*Selanjutnya dar ih'(x)<0 untuk x<-4 dan x>3 di sini mungkin seperti ini [.........]dan untuk x<-4 diambil -5 [.....Diam.....][Z memperlihatkan sketsa grafik seperti yang diungkapkan Z1.04.]*

Dari cuplikan, Z tidak memanfaatkan konsep tentang domain fungsi h adalah himpunan bilangan real *R*, seperti ungkapan Z bahwa "4<x<-2 maka saya ke-3, ... dari ini -4<x<-2, nilainya kan -3, ... -3 itu lebih besar dari -4 dan lebih kecil dari -2", dan ungkapan tersebut diulangi lagi, bahwa "untuk x<-4 diambil-5". Kemudian Z juga menunjukkan ketidak-pahamannya seperti ungkapan yang tertuang dalam cuplikan wawancara berikut ini.

P	:	*Oke! Anda tadi mengatakan bahwa hanya beberapa syarat yang Anda gunakan untuk menggambar grafik itu! Coba Anda perlihatkan?*
Z1.05	:	*...yang pertama h(0)=2, yang kedua h'(x)>0 untuk-4<x<-2, dan yang ketiga h'(x)<0 untuk x>3. [Z menunjuk syarat-syarat yang diambil dari permasalahan,seperti yang diungkapkan21.05.]*
P	:	*Mengapa yang lainnya tidak dipakai?*
Z1.06	:	*[...Diam...] karena dari beberapa syarat yang lainnya tidak memenuhi*
P	:	*Bagaimana dengan limit dari h'(x) untuk x mendekati 0 adalah tak hingga?*
Z1.07	:	*... saya rasa tidak perlu digunakan,....*
P	:	*Apakah syarat-syarat yang Anda ambil sudah cukup untuk menggambar grafik fungsi h?*
Z1.08	:	*...Menurut saya ...seperti ini cukup! Terus terang saya tidak paham dengan permasalahan ini!*

Berdasarkan cuplikan di atas terungkap bahwa Z tidak memanfaatkan sifat-sifat fungsi tanpa alasan yang logis, seperti ungkapannya "karena dari beberapa syarat yang lainnva tidak memenuhi...", dan "... saya rasa tidak perlu digunakan,....", serta, "menurut saya ... seperti ini cukup! Terus terang saya tidak paham dengan permasalahan ini!".

Uraian di atas menunjukkan bahwa subjek tidak paham secara konseptual, karena tidak memanfaatkan sifat-sifat fungsi tanpa alasan yang logis, dan tidak memanfaatkan konsep tentang domain fungsi h adalah himpunan bilangan real **R** (sesuai dengan Baker, *et.al*, 2000; Widada, 2003).

Simpulan dan Saran

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa hambatan-hambatan mahasiswa dalam menerapkan konsep dan sifat-sifat turunan secara analitik meliputi, garis singgung hampir sejajar sumbu y, titik patah (*cusp*) di x=-4, turunan kedua, titik ekstrim, munculnya kontradiksi, asimtot datar, dan tidak paham secara konseptual. Oleh karena itu, disarankan bahwa untuk mengatasi hambatan-hambatan peserta didik dalam memahami konsep dan sifat-sifat turunan serta penerapannya dapat dilakukan melalui penerapan model pembelajaran matematika berbasis *extended triad++*. Hal ini dikarenakan juga model pembelajaran tersebut dapat meningkatkan kemampuan pemahaman matematis, pemecahan masalah dan komunikasi matematika (Widada, 2017).

Ucapan terima kasih

Kami ucapkan terima kasih kepada segenap pimpinan Direktorat Riset dan Pengabdian kepada Masyarakat, Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi yang telah memberikan danaPenelitian Berbasis Kompetensi, berdasarkan Surat Perjanjian Penugasan Pelaksanaan Penelitian Tahun Anggaran 2017, Nomor: 882/UN30.15/LT/2017 Tanggal 06 April 2017.

Daftar Pustaka

Baddely, A. (1998). *Your Memory A User's Guide*. London: Prion

Baker, B.; Cooley, L.; & Trigueros, M. (2000). A Calculus Graphing Schema. *Journal for Research in Mathematical Education, 31*(5), 557-578.

Davis, Gary E. & Tall, David O. (1999). *What is a scheme*? Diakses dari http://www.cs.gsu.edu/~rumec/schemes.htm

DeVries, David J. (2000). *RUMEC/APOS Theory*. Diakses dari http://www.cs.gsu.edu/~rumec/

Dubinsky, E. & Lewin,P. (1986). Reflective abstraction and Mathematical Induction: The Decomposition of Induction and Compactness. *Journal Mathematical Behavior*, *5*(1), 55-92.

Dubinsky, E. & McDonald, Michael A. (2000). *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*. Diakses dari *http:/www.telri.ac.uk/CM/Paper.pdf*

Dubinsky, E. (1987). Teaching Mathematical Induction. *Journal Mathematical Behavior, 6*(1), 305-317.

Dubinsky, E. (1989). On Teaching Mathematical Induction II. *Journal Mathematical Behavior*, 8, 285-304.

Dubinsky, E. (1995). ISELT: A Programming Language for Learning Mathematics. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. XLVIII

Dubinsky, E. (2000). *Using a Theory of Learning in College Mathematics Course.* Newsletter No. 12 *http:/www.bham.ac.uk/ctimath/talum12.htm or http:/www.telri.ac.uk/*

Dubinsky, E; & Yiparaki, Olga. (2001). *Predicate Calculus and the Mathematical Thinking of Student* . http://www.cs.cornell.edu/info/people/gies/symposium/dubinsky.htm

Glaser, B. G. & Strauss, A. L. (1967). *Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research.* Chicago: Aldine

Hunt, R. Reed & Ellis, Henry C. (1999). *Fundamental of Cognitive Psychology*. Sixth Edition. Boston:McGraw-Hill College.

Piaget, J, & Garcia, R. (1989). *Psychologies and the History of Science*http://www.piaget.org/

Solso, R.L. (1995). *Cognitive Psychology*. Boston: Allyn and Bacon.

Widada, W., dan Herawaty, D. (2005). *Studi tentang Dekomposisi Genetik Peserta didik dalam Mempelajari Teori Graph* (berbasis **Triad Level).** Laporan Penelitian Fundamental 2005.

Widada, W. (2001). *Struktur Representasi Pengetahuan peserta didik tentang Grafik Fungsi dan Deret Tak hingga*. Artikel disajikan dalam Seminar Nasional Matematika II FMIPA UNNES Semarang 27 Agustus 2001.

Widada, W. (2002a). *Skema peserta didik tentang Sketsa Grafik Fungsi. Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains*, VII(3).

Widada, W. (2002b). Teori APOS sebagai Suatu Alat Analisis Dekomposisi Genetik terhadap Perkembangan Konsep Matematika Seseorang. *Journal of Indonesian Mathematicel Society* (MIHMI), 8(3).

Widada, W. (2002c). Model Interaksi Skema peserta didik tentang Permasalahan Grafik Fungsi pada Kalkulus. *Jurnal Matematika atau Pembelajarannya*, VIII.

Widada, W. (2002d). *Sikel Pengajaran ACE: Membantu peserta didik dalam proses mengkonstruksi matematika*. Artikel disajikan dalam Seminar Nasional MIPA UM Malang berkerjasama dengan Japan International Cooperation Agency (IMSTEP-JICA) 5 Agustus 2002.

Widada, W. (2002e). Model Interaksi dari Beberapa Objek Matematika. *Jurnal Pendidikan Dasar dan Menengah Gentengkali*, *4*(1), 7-12.

Widada, W. (2003). *Interaksi Skema Peserta didik Model Baru tentang Permasalahan Grafik Fungsi pada Kalkulus*. Laporan Penelitian Mandiri: Tidak dipublikasikan

Widada, W. (2004). *Struktur Representasi Pengetahuan Peserta didik tentang Deret Tak hingga (berbasis **Triad Level).*** Laporan Penelitian Mandiri: Tidak dipublikasikan

Widada, W. (2006a) Pidato Pengukuhan Guru Besar. Makalah Universitas Muhammadiyah Bengkulu: Tidak dipublikasikan

Widada, W. (2006b). Dekomposisi Genetik Peserta didik dalam Mempelajari Teori Graph. *Jurnal Ilmiah Multi Science Inspirasi*, II.

Widada, W. (2007). Pengembangan teori perkembangan skema (triad level) tentang Kalkulus pada mahasiswa matematika FKIP UMB. *Jurnal Inspirasi*, *5*(1).

Widada, W. (2009). *Pengembangan Teori dan Model Pembelajaran Matematika Berbasis Level Triad++ untuk Peserta didik Analisis Real (Studi di FKIP Universitas Bengkulu)*. Ditjen Dikti: Laporan Hasil Penelitian Hibah Kompetensi.

Widada, W. (2010). *Pengembangan Lanjutan Teori dan Model Pembelajaran Teori Graph Berbasis ExtendedLevel Triad^{++} untuk Peserta didik FKIP Universitas Bengkulu*. Ditjen Dikti: Laporan Hasil Penelitian Hibah Kompetensi.

Widada, W. (2015). The Existence of Students in Trans Extended Cognitive Development on Learning of Graph Theory. *Jurnal Math Educator Nusantara*, *1*(1), 1-20.

Widada, W. dan Herawaty, D. (2016). Dekomposisi Genetik Peserta didik Pendidikan Matematika Ditinjau Berdasarkan Model Struktur Representasi Pengetahuan (SRP) dan Kemampuan Abstraksi (KA) tentang Konsep-konsep Analisis Real. Dalam Prosiding *Jambi International Seminar on Education*. 3-5 April 2016.

Widada, W. (2016a) Kemampuan Abstraksi Peserta didik Pendidikan Matematika dalam Memahami Konsep-Konsep Analisis Real ditinjau berdasarkan Struktur Kognitif. Dalam Prosiding *SEMIRATA MIPA BKS Barat* di Unsri 22-24 Mei 2016.

Widada, W. (2016b). Profile of Cognitive Structure of Students in Understanding the Concept of Real Analysis. *Infinity*, 5(2), 83-98.

Widada, W. (2017). The Effects of the Extended Triad Model and Cognitive Style on the Abilities ofMathematical Representation and Proving of Theorem. Article Presented, Universitas Negeri Malang: ICoMSE (International Conference on Mathematics, Science, and Education), 29-30 Agustus 2017.